بنام خدا

۲۷/۷/۹۰ : مدار I

تحلیل مدارهای گذرا:

در AC فازور: کاملاً زیر رو ←

- مدار فازوری می‌شد
- مدار حل می‌شد
- فازورها sin و cos می‌شوند

در گذرا: لاپلاس: کاملاً زیر رو

- مدار لاپلاسی
- مدار حل کنم
- لاپلاس معکوس

مفهوم لاپلاس:

تعریف مشتق $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

ولی برای $(x^2)' = 2x$ از فرمول استفاده می‌کردیم

تعریف لاپلاس: $\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t)\, dt = F(s)$

مثال: لاپلاس e^{-2t} را بدست آورید؟

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} e^{-2t}\, dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+2)t}\, dt$$

$$-\frac{1}{s+2}\, e^{-(s+2)t}\Big|_{0}^{\infty} = 0 + \frac{1}{s+2} = \frac{1}{s+2}$$

$$\mathcal{L}\left[e^{-2t}\right] = \frac{1}{s+2}$$

هیچوقت از روش انتگرال استفاده نمی کنیم. فقط از جدول لاپلاس استفاده می کنیم.

مثال: $\mathcal{L}\left[t+t^{4}\right]$ چند است؟

$$\mathcal{L}[t] + \mathcal{L}\left[t^{4}\right] = \frac{1}{s^{2}} + \frac{4!}{s^{5}} =$$

$$\frac{1}{s^{2}} + \frac{24}{s^{5}}$$

مثال: لاپلاس معکوس $\frac{1+s}{s^3}$ چند است؟

$$\frac{1+s}{s^3} = \frac{1}{s^3} + \frac{s}{s^3} =$$

$$\frac{1}{s^3} + \frac{1}{s^2} = \frac{t^2}{2!} + \frac{t^1}{1!} =$$

$$\frac{t^2}{2} + t$$

مثال: $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+5}\right]$ ؟

$$e^{-5t}$$

گرفتن لاپلاس و لاپلاس معکوس روش‌های مختلفی دارد. ابتدا حل مدارات به کمک لاپلاس را می‌گوییم. سپس در حل مدارات نکات گرفتن لاپلاس و لاپلاس معکوس را می‌گوییم.

$i = e^{-\frac{1}{2}t}$

حل مدارات گذرا به کمک لاپلاس :

$L \longrightarrow Ls$

$C \longrightarrow \frac{1}{Cs}$

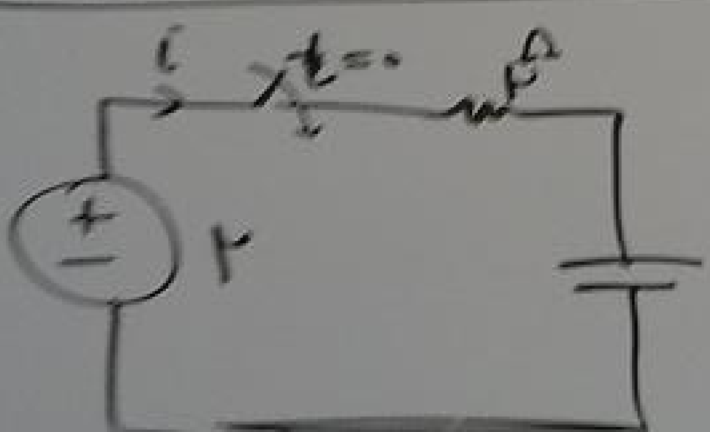
$R \longrightarrow R$

منابع وابسته $\longrightarrow$ منابع وابسته

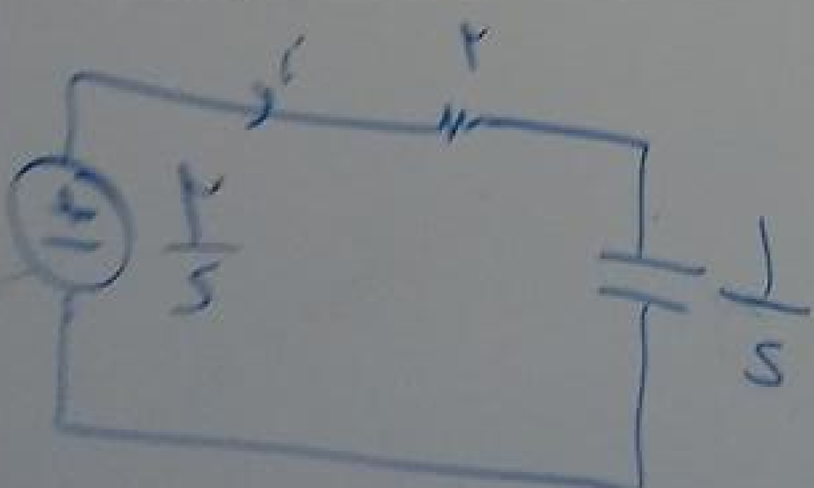
منابع مستقل $\longrightarrow$ لاپلاس می‌گیریم

$\Rightarrow$ مانند مدار DC حل می‌کنیم $\longrightarrow$ لاپلاس معکوس

مثال : i چند است :



گذرا است :



$$i = \frac{\frac{2}{s}}{2+\frac{1}{s}} \Rightarrow$$

$$i = \frac{2}{2s+1} = \frac{1}{s+\frac{1}{2}} \Rightarrow i = e^{-\frac{t}{2}}$$

$$(e^{at})' = ae^{at}$$

$$e^{-\infty} = 0$$

$$\int e^{at}\,dt = \frac{1}{a}e^{at}$$

جدول لاپلاس :

$f(t)$	$F(s)$	$f(n)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$		
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$		
$f_1(t)+f_2(t)$	$F_1(s)+F_2(s)$		
$a f_1(t)$	$a F(s)$		
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$		
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$		

L —

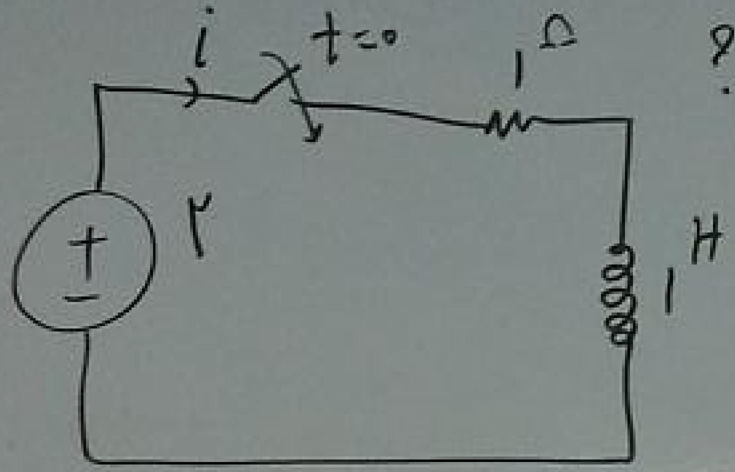
C —

R —

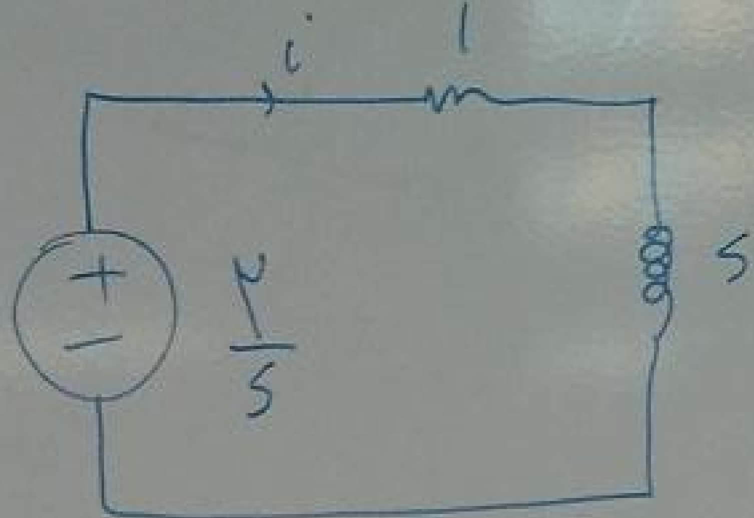
منابع وابسته

منابع مستقل

مثال: i چنداست؟



گذرا است



$$i=\frac{\frac{۲}{s}}{s+1}=\frac{۲}{s(s+1)}$$

★) اگر مخرج حاصلضرب چند عبارت بود به کمک تفکیک کسرها حل می کنیم

مثال: i

درجه ۰ یعنی عدد   درجه ۰ یعنی عدد

$$\frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} = \frac{2}{s(s+1)}$$

درجه ۱   درجه ۱

مخرج را جدا کردیم و + می گذاریم. صورت ۱ درجه کمتر از مخرج.

$$\frac{As + A + Bs}{s(s+1)} = \frac{2}{s(s+1)}$$

$$\frac{(A+B)s + A}{s(s+1)} = \frac{2}{s(s+1)}$$

$$\begin{cases} A+B = 0 \\ A = 2 \end{cases} \Rightarrow B = -2$$

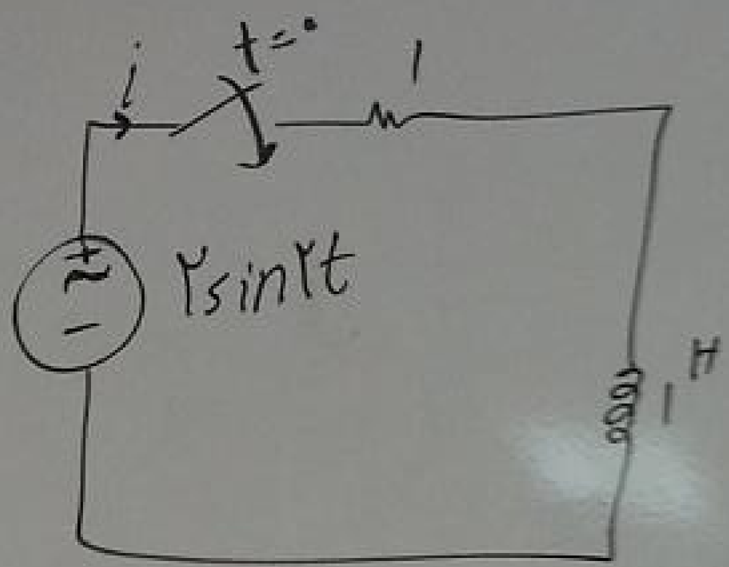
$$i = \frac{2}{s(s+1)} = \frac{2}{s} - \frac{2}{s+1} \Rightarrow$$

$$i = 2 - 2e^{-t} = 2(1-e^{-t})$$

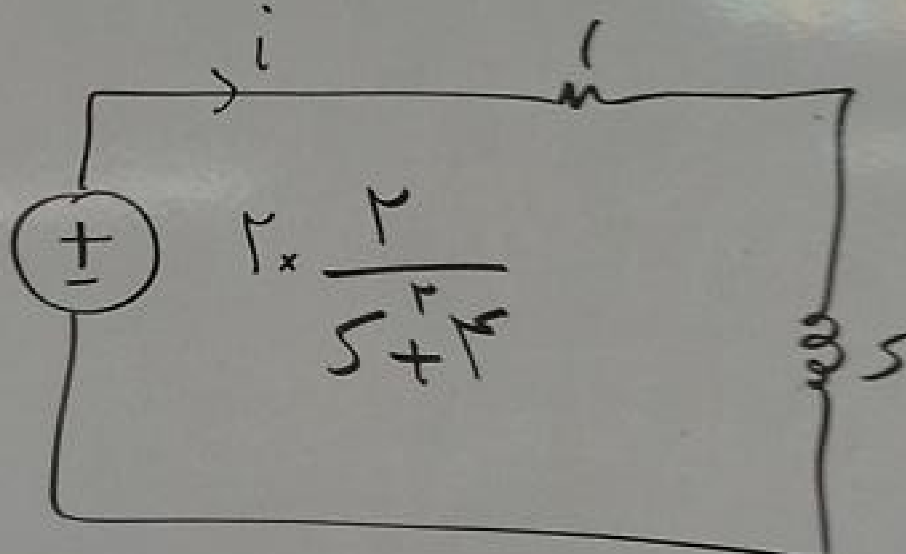
گذرا

بود

مثال: i چند است؟



گذرا است:



$$i = \frac{\frac{4}{s^2+4}}{s+1} = \frac{4}{(s+1)(s^2+4)}$$

$$\frac{4}{(s+1)(s^2+4)} = \frac{A}{s+1} + \frac{Bs+C}{s^2+4}$$

$$\frac{4}{(s+1)(s^2+4)}$$

راه ششم: در کسر

برای پیدا کردن A ، مخرج A را از کسر با حذف کرده و ریشه مخرج A را در کسر می‌گذاریم:

$s+1=0 \Rightarrow s=-1$

$$\frac{4}{\cancel{(s+1)}(s^2+4)} = \frac{4}{(-1)^2+4} = \frac{4}{5}$$

برای $Bs+C$:

$$\frac{4}{(s+1)\cancel{(s^2+4)}}$$

$s^2+4=0 \Rightarrow s^2=-4$

$$\Rightarrow \frac{4}{(s+1)}\cdot\frac{(s-1)}{(s-1)} = \frac{4s-4}{s^2-1} = \frac{4s-4}{-4-1}$$

$$\frac{4s-4}{-5} = \frac{4}{5}s + \frac{4}{5}$$

B C

$$i = \frac{\frac{۴}{۵}}{s+۱} + \frac{-\frac{۴}{۵}s + \frac{۴}{۵}}{s^۲+۴}$$

$$i = \frac{۴}{۵}\frac{۱}{s+۱} - \frac{۴}{۵}\frac{s}{s^۲+۴} + \frac{۴}{۵\times۲}\frac{۱\times۲}{s^۲+۴}$$

$$\boxed{i = \frac{۴}{۵}e^{-t} - \frac{۴}{۵}\cos ۲t + \frac{۴}{۱۰}\times \sin ۲t}$$

$$(e^{at})' = ae^{at}$$

$$e^{-\infty} = 0$$

$$\int e^{at}\,dt = \frac{1}{a}e^{at}$$

جدول لاپلاس:

$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$	$\cancel{f_1(t)\,f_2(t)}$	$\cancel{F_1(s)\,F_2(s)}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\cancel{\frac{f_1(t)}{f_2(t)}}$	$\cancel{\frac{F_1(s)}{F_2(s)}}$
$f_1(t)+f_2(t)$	$F_1(s)+F_2(s)$	$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$a f_1(t)$	$a F(s)$	$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$		
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$		

$i =$

$i = \frac{4}{Q}$

$\boxed{i = \frac{4}{\ldots}}$